

Hvad er tesselering?

Tesselering er et mønster, der består af en eller flere figurer, der kan dække en flade, hvor der ingen huller er, og hvor figurerne ikke overlapper hinanden. Disse mønstre kan fortsættes i det uendelige.

Der findes 3 regulære polygoner, der kan bruges til tesselering. Det er ligebenede trekanter, kvadrater og regulære sekskanter. Et regulært polygon er et polygon, hvor alle vinkler er lige store, og alle sider er lige lange.



Figur 1: Tesselering med regulære polygoner

Vinklernes samlede sum i et samlingspunkt skal være 360° . Derfor skal det regulære polygons vinkler, kunne gå op i 360° . I en ligebenet trekant er hver vinkel 60° , i et kvadrat er hver vinkel 90° , og i en regulær sekskant er hver vinkel 120° . Da både 60, 90 og 120 går op i 360 uden rest, kan disse regulære polygoner altså bruges til tesselering.



Figur 2: Samlingspunktet skal være 360°

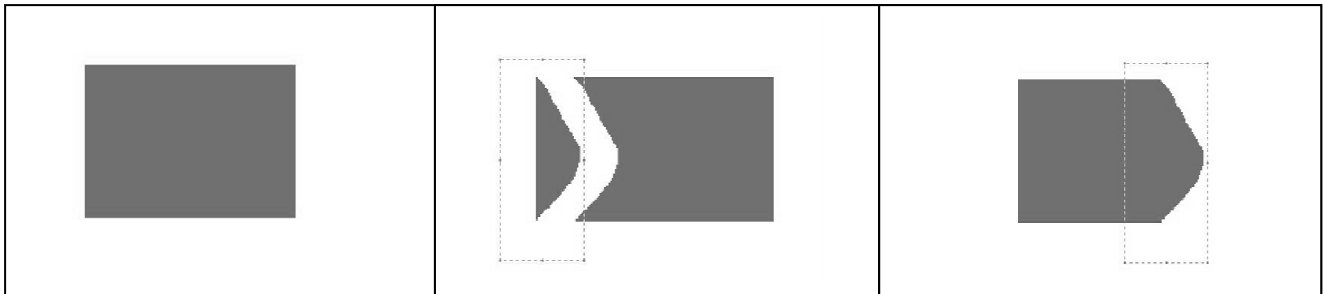
Man kan ikke bruge for eks. en femkant. Hver vinkel i en femkant er 108° , og det går op i 360° 3 gange med en rest på 36° , så der vil være "huller" i mønstret.

Man kan bruge mange andre figurer til tesselering. Man kan konstruere en sådan figur ud fra et rektangel vha. parallelforskydning, spejling, drejning/rotation, glidespejling og strækning/vridning.

Man kan bruge papir, saks og tape, og konstruere figuren, men man kan også bruge programmet "Paint", der findes på alle computere, der har "Windows".

Jeg vil på de følgende tegninger, vise hvordan man kan konstruere en figur til tesselering ud fra et rektangel. Denne metode kan bruges både i hånden og på computer.

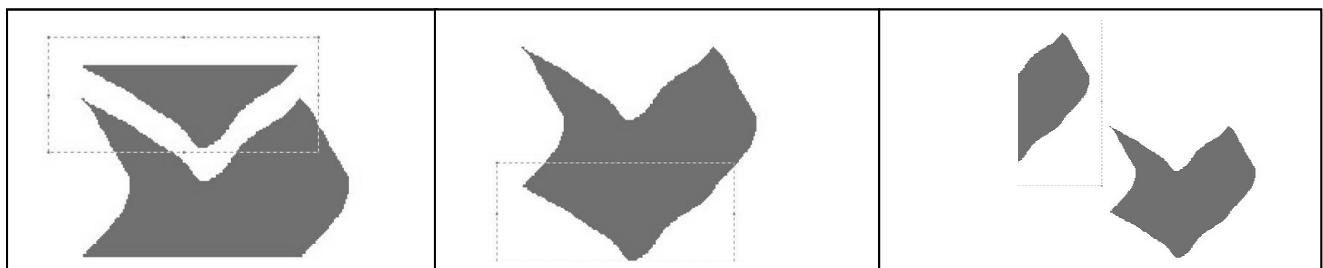
Konstruktion af figur til tesselering



Figur 3a

Figur 3b

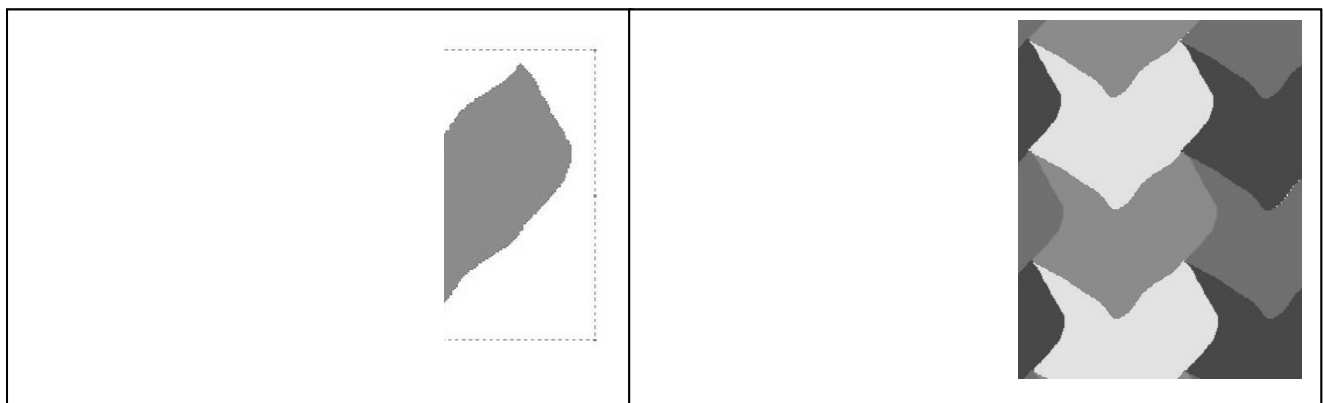
Figur 3c



Figur 3d

Figur 3e

Figur 3f



Figur 3g

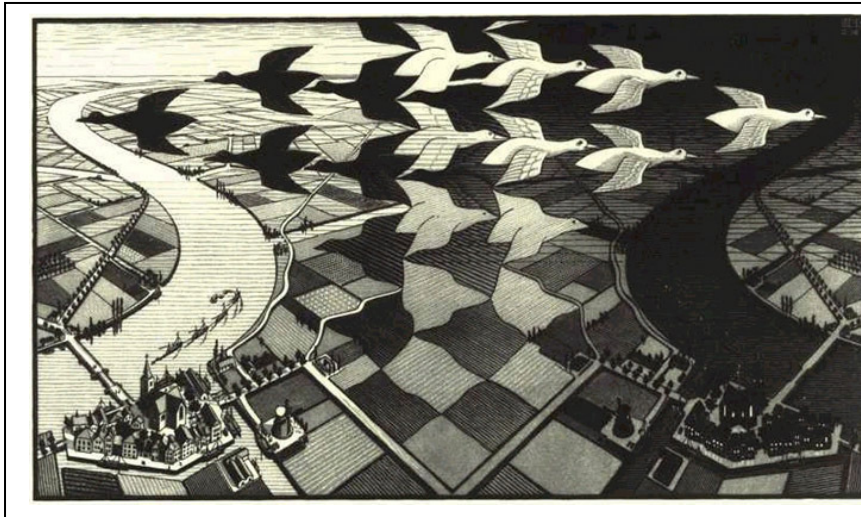
Figur 3h

Forklaring af figurene:

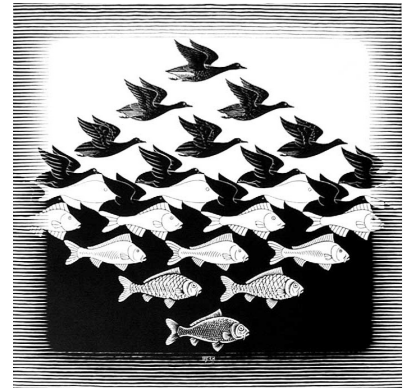
Man starter med at konstruere et rektangel, som vist i figur 3a. Derefter klipper man en "figur" ud af den ene side, som vist på figur 3b. Nu parallelforskyder man figuren over på den modsatte side, som vist på figur 3c. Man gør nu det samme i enten toppen eller bunden og parallelforskyder den til den modsatte side, som vist på figur 3d og 3e. Nu er figuren færdige, og man skal nu konstruere flere, for at man kan sætte dem sammen i et mønster, som vist på figur 3g og 3h. Hvis man laver det i hånden må man "tegne efter" figuren og klippe ud. På computeren er det lidt simplere, for her kan man bare kopiere figuren og med et klik lave en ny ved at trykke på "sæt ind". Man kan nu lave mønstre i det uendelige.

Escher

Maurits Cornelius Escher(1898-1972) tog udgangspunkt i tesselering i sine kunstværker. Han forbandt den fladedækkende geometri med et kunstnerisk udtryk. Escher arbejdede med rumlige illusioner, umulige bygninger og geometriske mønstre. Her er et eksempel på hans arbejde.



Figur 4a



Figur 4b

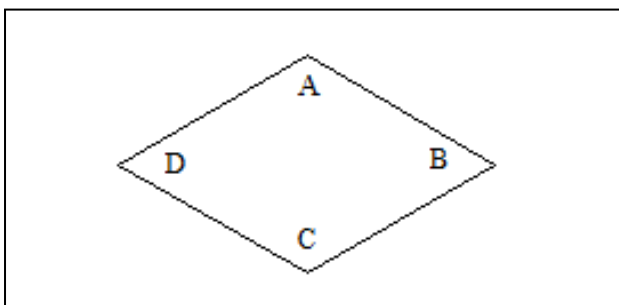
Hvilke firkanter kan bruges til tesselering?

Alle firkanter kan bruges til tesselering. Man kan altid få dem til at passe sammen ved at rotere, spejlvende osv. Konvekse figurer er ligetil, hvorimod de konkave figurer kræver lidt mere opmærksomhed, men det kan stadig lade sig gøre. Da vinkelsummen i en firkant uanset form altid er 360° , vil alle firkanter kunne bruges. Dette antager jeg ud fra, at vinklernes samlede sum i et samlingspunkt skal være 360° .

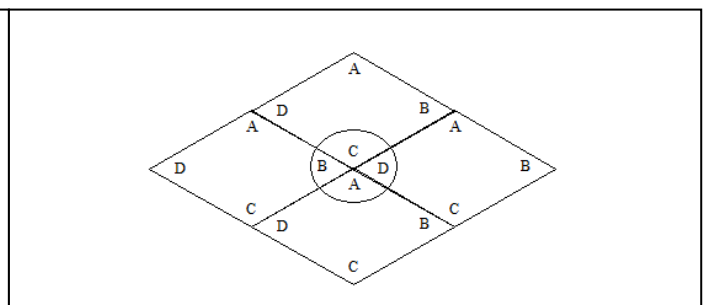
Jeg har tidligere vist, at et kvadrat, en regulær firkant, kan bruges til tesselering. Jeg vil nu vise det for andre firkanter, både konvekse og konkave.

Jeg vil starte med romben, der er en konveks figur.

Tesselering med en rombe



Figur 5a

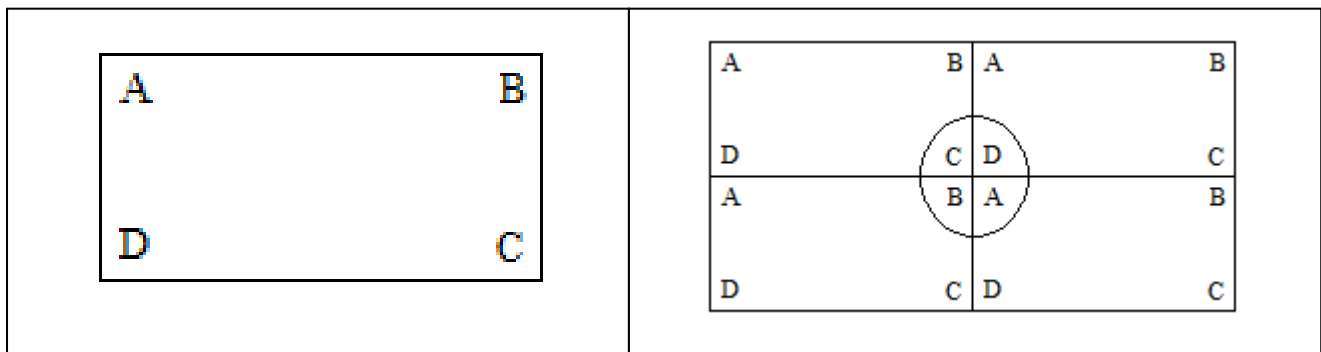


Figur 5b

Jeg har med denne tegning bevist, at en rombe kan bruges til tesselering. Romben kan bruges, da man ved flytning kan få de fire forskellige hjørner til at samles i et samlingspunkt. Der er nu dannet en ny rombe, og denne kan nu sammensættes med tre nye af samme slags, og sådan kan man fortsætte i det uendelige.

Jeg vil nu vha. tegninger bevise, at alle andre konvekse firkanter kan bruges til tesselering med samme fremgangsmåde som med romben.

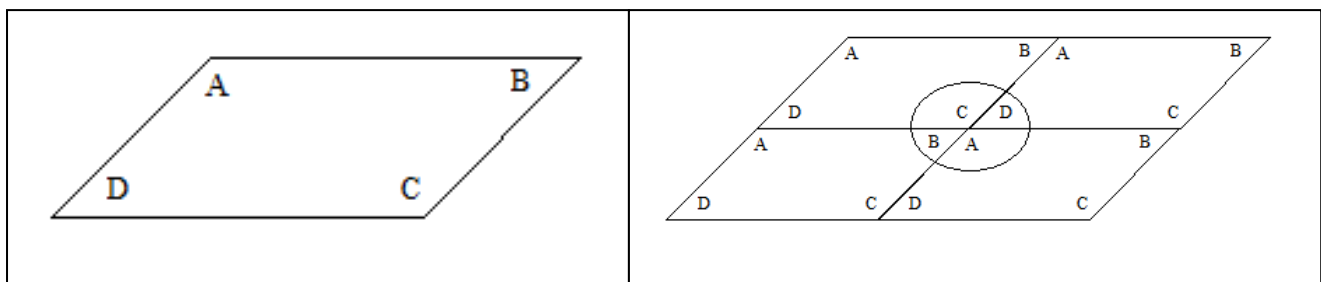
Tesselering med et rektangel



Figur 6a

Figur 6b

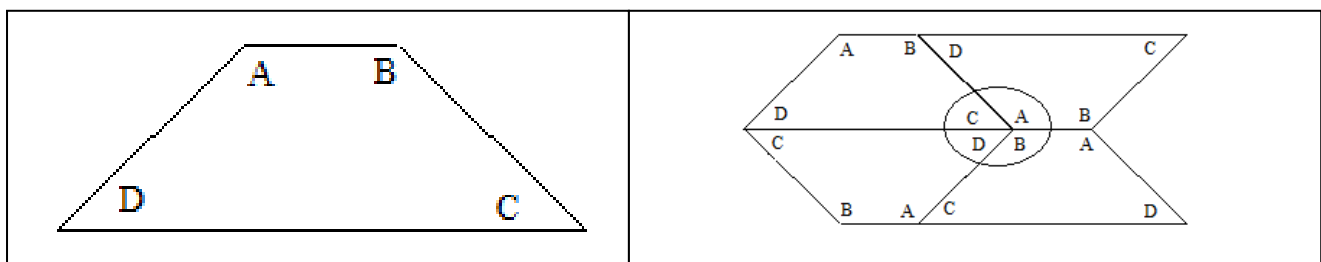
Tesselering med et parallelogram



Figur 7a

Figur 7b

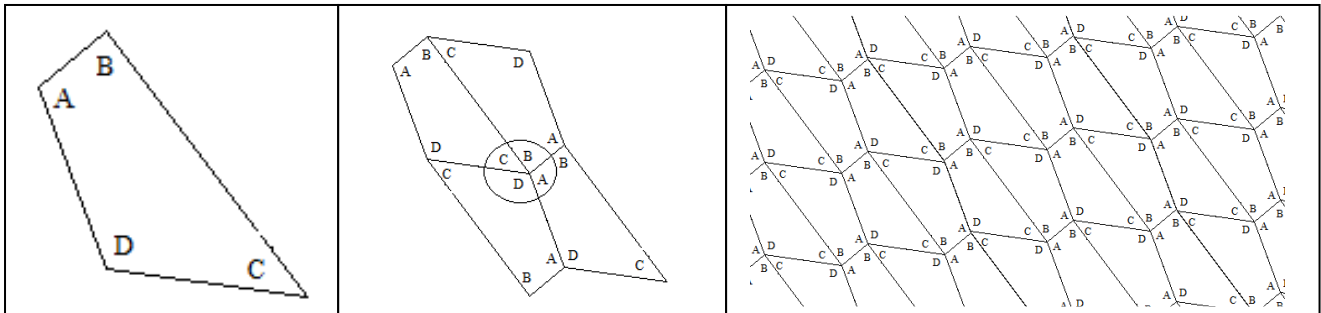
Tesselering med en trapez



Figur 8a

Figur 8b

Tesselering med konvekse trapezoide



Figur 9a

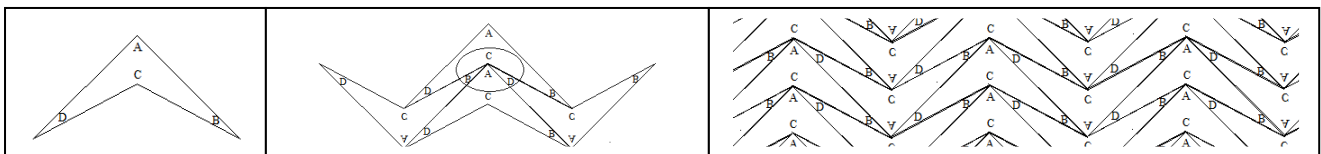
Figur 9b

Figur 9c

Jeg har nu med tegninger bevist, at man kan bruge alle konvekse firkanter til tesselering. I og med at de fire vinkler i hver firkant tilsammen er 360° kan man altid ved at spejle, rotere osv. få figurerne til at passe sammen, så A, B, C og D i fire forskellige firkanter mødes i et samlingspunkt.

Jeg vil nu vise, at konkave figurer også kan bruges til tesselering.

Konkav ligebeinet firkant:

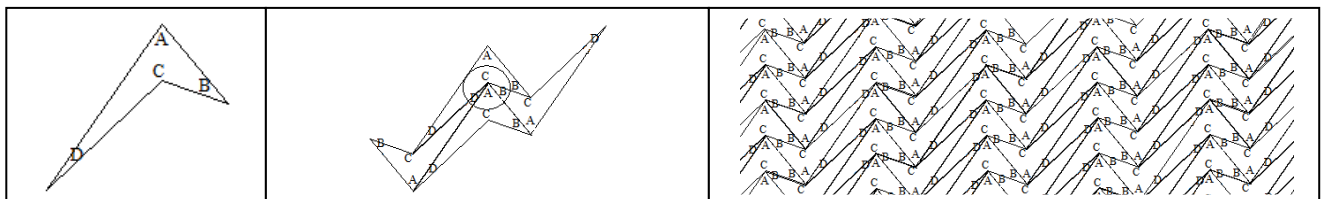


Figur 10a

Figur 10b

Figur 10c

Konkav firkant:



Figur 11a

Figur 11b

Figur 11c

Jeg mener, at jeg med tegningerne har vist, at alle konkave figurer også kan bruges til tesselering.

Arbejde med tesselering på mellemtrin

Jeg mener, at mulighederne for at arbejde med tesselering på mellemtrin er rigtig gode. Eleverne får mulighed for at anvende geometriske færdigheder som spejling, rotation, flytning, parallelforskydning osv. Eleverne får også kendskab til mønstre og sammenhænge, som jeg mener, er en meget vigtig del af geometrien.

Tesselering er nemt at gå til for alle klasser på mellemtrin¹. Man kan tage papir, blyant og tape frem, og lade dem sidde og eksperimentere med figurer. Hvis man bare har forklaret dem den grundlæggende

¹ Jeg mener, at dette emne er relevant til alle klassesetninger, men denne opgave henvender sig til mellemtrin.

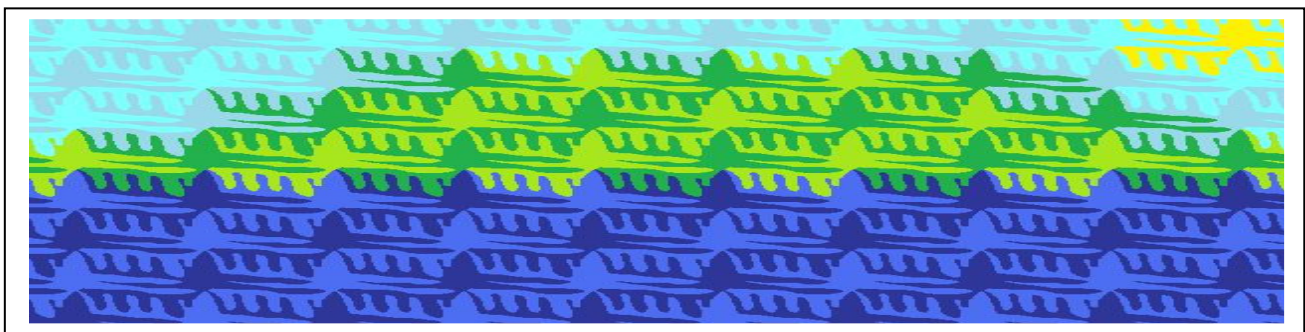
teknik til fremstilling af figurer til tesselering, som vist på side 1-2, kan de sagtens selv sidde og nørkle med det.

Der er også mulighed for at arbejde med tesselering på computeren. Det går lidt hurtigere, så man kan lave mere avancerede mønstre på kort tid. Til tesselering på computer kan man anvende programmet "Paint", og det er rigtigt nemt at gå til. Det er en god måde at få it ind i undervisningen på, og alle lærere kan lære at bruge programmet på kort tid.

Jeg mener, at det er vigtigt, at eleverne prøver at lave tesselering både på computer, og med papir og saks. Det ene må ikke erstatte det andet. De er to meget forskellige metoder, og de har godt af at lære begge, da hver fremgangsmåde kræver forskellige kompetencer.

Jeg kan forestille mig, at eleverne, når de sidder og arbejder med tesselering, ikke tænker over hvilke matematiske kompetencer de anvender. Jeg tror, at mange bliver grebet af at lave mønstre, og måske også overrasket over at DE også kan lave fantastiske mønstre så let som ingenting. Man kan derfor, når de har arbejdet med det i nogle timer snakke med dem om hvilke geometriske færdigheder, de har anvendt. Så går det op for dem, at de ikke bare "leger", men at de rent faktisk laver matematik, nemlig geometri.

Der er mulighed for at arbejde videre med tesselering ved at farvelægge figurerne i forskellige farver, så der bliver et mønster i mønsteret. Jeg har for eks. fremtryllet en lille ø i mit mønster på figur 12.



Figur 12

Man kan i de ældste klasser på mellemtrinnet gå videre med at snakke om omkreds og areal, efter at eleverne har konstrueret figurer og mønstre. Man kan spørge dem: "Hvad tror I der sker med arealet og omkredsen, når I tager noget af figuren og flytter om på den anden side?" De kan med tesselering få en forståelse for areal og omkreds af forskellige figurer, og hvad der sker med disse, når man flytter dele af figuren. De får en forståelse for, at arealet er det samme, så længe man "lægger" det samme til i den ene side, som man tog i den anden side, men at omkredsen højst sandsynlig er ændret.

I arbejdet med tesselering kan man også introducere eleverne til Escher og hans kunstværker. Vise dem hans billeder og snakke om hvordan han har konstrueret dem, og hvad han har måtte tænkt, da han lavede dem. Det kan give dem en stor inspiration at se på hans værker og måske også søge på nettet efter andre, der har fået inspiration af ham. Når man lader eleverne inspirere af Escher, skal man dog huske på at sige til eleverne, at han blot er en inspiration, så de ikke føler, at de skal leve op til hans perfektionisme.

Der vil også være mulighed for at bruge emnet tesselering til tværfaglige projekter. Man kunne sagtens forestille sig, at matematik og billedkunst kunne gå sammen om et sådant projekt. Emnet kunne gå ud på,

at eleverne vha. tesselering kunne skabe deres eget design til evt. tapet, print til t-shirts, reklamer, malerier osv. Man kunne starte med et værksted, hvor de enten på computeren eller med saks og papir, lavede skitser til deres eget design, dette selvfølgelig vha. geometriske færdigheder. Derefter skulle de i skabelsesværkstedet, hvor de skulle skabe noget ud fra deres design. I skabelsesfasen får de også brug for deres matematiske evner, da de nu skal måle op, regne ud og evt. omregne størrelsen. Der er meget matematik i sådant et projekt, og jeg tror, at det meste er uden at eleverne opdager det, fordi de er så fanget af det. Jeg tror, at de fleste elever synes at det er "sejt", at de selv kan designe, og jeg tror, at dette er en god motivationsfaktor.

Jeg har kigget på Fælles Mål 2009 for matematik, trinmål efter 6.klasse. Jeg har her fundet de punkter, jeg mener, er relevante i arbejdet med tesselering:

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til, i arbejdet med geometri at:

- *Undersøge og konstruere enkle figurer i planen*
- *Bruge it til at undersøge og konstruere geometriske figurer*
- *Spejle, dreje og parallelforskyde, bl.a. i forbindelse med arbejdet med mønstre*²

Eleverne kommer altså i arbejdet med tesselering, igennem mange af de elementer, det er vigtigt, at de har lært indenfor geometrien efter 6.klassetrin.

Hvis jeg skal kigge på hvilke matematiske kompetencer man kunne sætte i fokus i arbejdet med tesselering, mener jeg, at det er relevant igen at kigge på Fælles Mål 2009.

Der står her at:

Undervisningen skal lede frem mod at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at:

- *kende, vælge og anvende hensigtsmæssige hjælpemidler, herunder konkrete materialer, lommeregner og it, bl.a. til eksperimenterende udforskning af matematiske sammenhænge(hjælpemiddelkompetence).*³

Jeg mener, at dette punkt er meget relevant for arbejdet med tesselering på computeren, da det også er et meget eksperimenterende arbejde man laver.

Jeg mener grundlæggende, at tesselering er et rigtig relevant emne at bruge i folkeskolen, når eleverne skal lære om geometri. Det er en "legende" metode, som jeg tror at eleverne bliver optaget af. En del krav fra trinmålene kan også blive opfyldt i et sådant arbejde og eleverne har mulighed for at integrere it i undervisningen.⁴

² Fælles Mål 2009, matematik. Faghæfte 12, Undervisningsministeriets håndbogsserie nr. 14 – 2009

³ Fælles Mål 2009, matematik. Faghæfte 12, Undervisningsministeriets håndbogsserie nr. 14 – 2009

⁴ Denne opgave er udarbejdet på baggrund af samtaler med Bjarke Steffensen Holm(30281005), Andreas Glent Buch(30281006) og Ane Haahr Andersen(30281030). Hvis der er sammenfald i formuleringer og indhold, er dette grunden.